Institute of SocioEconomics (ISE), Munich
A member of CCR
www.ise-munich.org

CENTER OF CONFLICT RESOLUTION

Working Paper, No. 2, November 2015

Krieg, Spiele und Spieltheorie

Manfred J. Holler

Universität Hamburg, Center of Conflict Resolution (CCR)
und Institute of SocioEconomics (ISE),
Manfred.Holler@wiso.uni-hamburg.de
November 2015

Zur Veröffentlichung in der Schriftenreihe des IFK (Internationales Forschungszentrum Kulturwissenschaften an der Kunstuniversität Linz)

1. Zum Inhalt

Leser, die mit den Grundbegriffen der Spieltheorie vertraut sind und die Frage beantworten können, welche Rolle der Information im Gefangenendilemma zukommt, können Abschnitt 2 überspringen und sich gleich den „drei Thesen zum Krieg" in Abschnitt 3 zuwenden. Abschnitt 4 bietet eine kurze Geschichte der Spieltheorie und illustriert den Hintergrund, auf dem sich die spieltheoretische Analyse von Gesellschaftsspielen mit militärischen Fragestellungen und Interessen treffen. Im Kontext der Spieltheorie übernimmt das Spiel die Stellvertretung des Krieges.

2. Sollen wir das Farbenspiel spielen?

Sie können zwischen den Farben Schwarz und Weiß und ich kann zwischen Rot und Grün wählen. Resultiert aus unseren Entscheidungen (Schwarz, Rot), dann erhält jeder von uns €100. Resultiert (Weiß, Grün), dann müssen wir jeweils €50 zahlen. Wählen Sie Schwarz und ich wähle Grün, so erhalte ich €200 und Sie müssen €100 zahlen. Wählen Sie dagegen Weiß und ich entscheide mich für Rot, dann erhalten Sie €200 und ich muss €100 zahlen. Offensichtlich hängt das Ergebnis von unser beider Entscheidungen ab: Keiner von uns kann das Ergebnis alleine bestimmen. Das skizzierte Farbenspiel ist somit ein (strategisches) Spiel im Sinne der Spieltheorie, sofern wir beide Geld schätzen und uns des Entscheidungszusammenhangs bewusst sind. Treffen diese Annahmen zu, dann sind wir Spieler: Sie sind beispielsweise Spieler 1 und ich bin Spieler 2. Wir könnten uns aber auch Alf und Ben bzw. A und B nennen. Schwarz und Weiß sind somit die reinen Strategien von 1 und Rot und Grün die von 2. Lässt 1 eine Münze darüber entscheiden, ob er die Strategie Schwarz oder Weiß wählt und geht er davon aus, dass die Münze mit Wahrscheinlichkeit ½ Schwarz beziehungsweise Weiß bestimmt, dann entspricht dem die gemischte Strategie (½,½). Mit einem „perfekten" Würfel ließen sich beispielsweise die gemischten Strategien (1/3,2/3) und (5/6,1/6) aus zwei reinen Strategien bilden. Eine gemischte Strategie ist also eine Zufallsverteilung über reine Strategien.

Wählen Sie Weiß oder Schwarz oder eine gemischte Strategie? Unter den getroffenen Annahmen können wir die Entscheidungssituation durch eine Spiel- bzw. Auszahlungsmatrix darstellen (s. Abbildung 1). Die Werte in den Zellen drücken die Bewertungen durch die Spieler aus. Zur Vereinfachung verwenden wir die Geldwerte, aber jede andere Bewertung, die eine monotone Transformation dieser Zahlen ist, so dass stets höhere Geldbeträge höhere Werte („Auszahlungen") ergeben, würde das Entscheidungsproblem adäquat wiedergeben.

Spieler 2 1	Rot	Grün
Schwarz	(100,100)	(-100,200)
Weiß	(200,-100)	(-50,-50)

Abbildung 1: *Ein Gefangenendilemma*

Abbildung 1 macht deutlich, dass es sich bei dem Farbenspiel um ein Gefangenendilemma-handelt. Im Gefangendilemma hat jeder der beiden Spieler eine strikt-dominante Strategie und das Gleichgewicht ist ineffizient. Eine Strategie ist strikt-dominant, wenn sie stets eine höhere Auszahlung generiert als jede andere, gleich welche Strategie der andere Spieler wählt. Das gilt für die Strategien Weiß und Grün. Rationale Spieler werden stets strikt-dominante Strategien spielen (sofern das Spiel solche hat). Dem entspricht ein eindeutiges Gleichgewicht: in unserem Beispiel (Weiß, Grün) mit den Auszahlungen (-50, -50). Dieses ist ineffizient, da die Spieler bei der von Schwarz und Rot die Auszahlungen (100,100) erreichen könnten. Doch Schwarz und Rot sind strikt-dominierte Strategien, und rationale Spieler werden sie nicht wählen.

Aus spieltheoretischer Sicht ist das Gefangenendilemma nicht besonders interessant. Es zeigt zwar, dass das Spielergebnisse nicht von einem, sondern von beiden Spielern bestimmt werden, aber die Spieler müssen sich keine Erwartungen über die Entscheidung des Mitspielers machen, um ihre „besten Strategien" zu wählen. Deshalb ist es auch unerheblich, ob ein Spieler die Strategie des anderen kennt bzw. dessen Entscheidung sieht oder nicht. Information spielt in diesem Sinne also keine Rolle. Andererseits ist das Gefangenendilemma sehr populär, weil es zeigt, dass individuelles Streben (nach Nutzen) unter Umständen im Konflikt mit sozialer Effizienz steht bzw. sich individuelle und soziale Rationalität möglichweise widersprechen. So lässt sich zum Beispiel durch dieses Spiel das Dilemma des Wettrüstens und der Überfischung der Meere aber auch verschmutzter Picknickplätze und vermüllter Wiesen und Wälder erklären. Interpretieren wir Schwarz und Rot als Abrüsten und Weiß und Grün als Aufrüsten, so skizziert Abbildung 1 sehr gut das Entscheidungsproblem, das dem Rüstungswettlauf des Kalten Krieges zugrunde lag. Nach gängiger Interpretation der Realität war Aufrüstung die strikt-dominante Strategie. Das Ergebnis war eine Welt, zu der es durchaus eine Alternative gegeben hätte, die Ost und West besser gestellt hätte, doch diese war unter den gegebenen Umständen nicht erreichbar.

Viele Schlachten entsprechen dem Muster eines Gefangenendilemmas. Fast immer wäre es für beide Parteien besser gewesen, sich aus dem Wege zu gehen, als aufeinander einzuschlagen, aber für jede einzelne Partei war Kämpfen die strikt-dominante Strategie. Entsprechendes gilt für die Preis-„Schlachten" auf dem Rohölmarkt oder zwischen Supermärkten.

Das Wort „Sozialfalle" geht um. Und so wurde das Ergebnis von Robert Axelrods Experimenten mit einer gewissen Erleichterung aufgenommen. Axelrod zeigte in einer Simulation, in der Strategien paarweise gegeneinander gespielt wurden, dass die von Anatol Rapoport vorgeschlagene Tit-For-Tat-Strategie (TFT) die meisten Auszahlungs-„Punkte" sammelte.[1] Das Basisspiel des Experiments war ein Gefangenendilemma, das hundertmal gespielt wurde. TFT beginnt mit einer kooperativen Strategie – das wäre zum Beispiel Schwarz in Abbildung 1 – und wiederholt diese Entscheidung, so lange der andere Spieler auch eine kooperative Strategie wählt, also Rot. Falls aber der andere Spieler eine nicht-kooperative Strategie wählt, wenn sich also Spieler 2 für Grün entscheidet, reagiert TFT-Spieler beim nächsten Zug mit seiner nicht-kooperativen Strategie: Das wäre Weiß für Spieler 1.

Es ist unmittelbar einzusehen, dass TFT im paarweisen Wettbewerb weniger Punkte sammelt als eine Strategie, die immer die nicht-kooperative Strategie verfolgt: TFT wird im ersten Zug weniger Punkte als diese Strategie erzielen und dann immer gleich viel. Wenn aber TFT auf TFT oder eine ähnlich „freundliche" Strategie trifft, so wird sie viele Punkte sammeln, mehr als die Strategie je erzielen kann, die auf nicht-kooperativem Verhalten basiert. Es hängt von der Zusammensetzung des Strategienpools ab, aus dem die Strategien gezogen werden und welche Strategien zufällig gepaart werden, ob TFT die meisten Punkte sammelt.

Das in Bezug auf Kooperation positive Ergebnis aus dem Axelrod-Experiment korrespondiert mit den theoretischen Ergebnissen des *Folk-Theorems*: Wird ein Gefangenendilemma wiederholt gespielt, und zwar mit unvorhersehbarem Ende bzw. unbegrenztem Zeithorizont, und diskontieren die beteiligten Spieler zukünftige Auszahlungen nicht zu stark, dann werden sie in jedem Basisspiel kooperieren und nicht ihre strikt-dominanten Strategien spielen.[2] Das Ergebnis ist dann in jeder Periode effizient.

Ist damit das Problem des Gefangenendilemmas aus der Welt geschafft? Zunächst: ein wiederholtes Gefangenendilemma ist eben kein Gefangenendilemma, schon gar nicht, wenn in der Zielfunktion die Auszahlungspunkte aus den verschiedenen Perioden addiert werden. Ferner zeigte Reinhard Selten, dass bei vorhersehbarem Ende in jedem Basisspiel die nicht-kooperativen Strategien gewählt werden, wenn sich die Spieler rational verhalten, auch wenn ansonsten die Bedingungen des Folk-Theorem gelten.

Aber ist das Gefangenendilemma überhaupt ein generelles Problem? Ist es nicht positiv zu bewerten, wenn Unternehmen über die Preise konkurrieren und Preiskartelle nicht stabil sind? Falls man die Kunden und deren Interessen einbezieht, degeneriert die Preisschlacht zum Wettbewerb und das Konkurrenzgleichgewicht ist nicht mehr ineffizient.

[1] Robert Axelrod: Die Evolution der Kooperation, München 1987. Siehe dazu Manfred Holler und Klose-Ullmann: Spieltheorie für Manager, München 2. Aufl. 2007, S.133-140.

[2] Vgl. ebd., S. 126-133 und 140-144.

Die Entscheidungssituation ist nicht länger ein Gefangenendilemma. Selbst die Entscheidungssituation, die dem Gefangenendilemma seinen Namen gab, ist nicht länger eine Sozialfalle, wenn man das Interesse der Gesellschaft, vertreten durch den Staatsanwalt, mit einbezieht.[3] Die beiden Verdächtigen sollen durch das Angebot einer geringeren Strafe dahingebracht werden, das Verbrechen zu gestehen. Dies entspricht Weiß und Grün in Abbildung 1. Das Ergebnis ist für die Verbrecher ineffizient; sie hätten beide noch weniger Zeit im Gefängnis verbracht, wenn sie nicht gestanden hätten. Aber die Tatsache, dass beide gestehen, ist für die Gesellschaft in diesem Fall positiv und in Bezug auf die Gesamtheit aller Spieler, inklusive Staatsanwalt, effizient.

Dieses Beispiel zeigt, dass die Fragen, wer ist die Gesellschaft und wer sind die Spieler, nicht nur für die Formulierung des Spiels („Der Staatsanwalt spielt mit.") relevant ist. Die Frage der Effizienz ist ohne Festlegung der Betroffenen nicht zu beantworten, und die Aussage darüber verändert sich möglicherweise mit der Variation der Spielermenge. Viele Kriege sind dadurch ausgelöst (und verloren) worden, dass sich die Parteien darüber, wer die relevanten Spieler sind, falsche Erwartungen gebildet haben. Wer sind die Spieler, ist auch für unser Farbenspiel von Bedeutung. Wer erhält die €100, wenn die Spieler ihre strikt-dominanten Strategien wählen? Es muss einen Veranstalter dieses Spiel geben, der versucht, die Rationalität der Spieler auszubeuten, indem er ihnen vorteilhafte Angebote macht, aber ziemlich sicher ist, dass sie diese nicht wahrnehmen. Rationale Spieler, die das in Abbildung 1 erfasste Problem durchschauen, würden sich auf dieses Spiel nicht einlassen. Wenn aber die Spieler anderweitig eingebunden sind, weil sie beispielweise Verwandte, Freunde oder Kollegen sind, und das Spiel in Abbildung 1 verstehen, dann ist zu erwarten, dass sie die kooperativen Strategien Schwarz und Rot wählen, selbst wenn das Spiel nur einmal gespielt wird. Dann aber ist das Spiel nicht länger ein Gefangenendilemma, weil in die Auszahlungen „kooperative Werte" eingehen.

3. Drei Thesen zum Krieg und die Anwendung der Spieltheorie

Da sich die Spieler in einem (einmal gespielten) Gefangenendilemma auf der Suche nach ihrer optimalen Strategien keine Erwartungen über das Verhalten der Mitspieler bilden müssen, ist dieses Spiel „sehr wenig komplex" und nur selten geeignet, Entscheidungen über Krieg und Frieden oder über Angriff und Rückzug abzubilden. Wie schwierig eine derartige

[3] Vgl. ebd., S. 36-38 für eine entsprechende Ausarbeitung.

Entscheidung zu treffen sein kann, deutet das Spiel in Abbildung 2 an, ein Chicken-Spiel.[4] Die Zahlen in dieser Auszahlungsmatrix sind relativ willkürlich gewählt; sie können mit beliebigen positiven Zahlen multipliziert oder dividiert werden und beliebige Zahlenbeträge lassen sich von ihnen subtrahieren oder zu ihnen addieren, ohne dass sich die Entscheidungssituation ändert.

Spieler 2 / 1	Rückzug$_2$	Angriff$_2$
Rückzug$_1$	(3,3)	(1,4)
Angriff$_1$	(4,1)	(-1,-1)

Abbildung 2: *Das Chicken-Spiel*

Welche Strategie sollte Spieler 1 wählen, sofern er nicht die Entscheidung des Spielers 2 und dieser nicht die Entscheidung des Spielers 1 beobachten kann? Ob seine Wahl erfolgreich ist, hängt davon ab, für welche Strategie sich 2 entscheidet. Spieler 1 sollte sich Erwartungen über die Strategiewahl von 2 bilden, aber wie? Spieltheoretiker kürzen den Prozess der Erwartungsbildung ab, indem sie Lösungen anwenden: Das Spiel in Abbildung 2 hat zwei Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien und eines in gemischten. In einem Zwei-Personen-Spiel ist ein Nash-Gleichgewicht ein Strategienpaar, das sich dadurch auszeichnet, dass sich kein Spieler durch die Wahl einer alternativen Strategie verbessern kann, *gegeben die Strategie des anderen*. Die Paare (Rückzug$_1$, Angriff$_2$) und (Angriff$_1$, Rückzug$_2$) erfüllen diese Bedingung, aber sie helfen dem Spieler 1 nicht bei der Erwartungsbildung und damit bei

[4] "Chicken" steht für Feigling. Wer sich zurückzieht oder wer ausweicht, ist feige und der andere ist ein Sieger. Wenn aber beide versuchen, Sieger zu sein, endet die Auseinandersetzung in einer Katastrophe, im schlechtmöglichsten Ergebnis.

der Wahl der eigenen Strategie. Das Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien hilft auch nicht weiter; zudem hat es Eigenschaften, die es als Lösungskonzept nicht gerade plausibel erscheinen lassen.[5] Jede Strategie ist mit einem Nash-Gleichgewicht verbunden und damit als Entscheidung „rationalisierbar".

Das Chicken-Spiel gibt eine extrem komplexe Entscheidungssituation wieder. Eine Ursache der Komplexität ist darin zu finden, dass unterstellt wird, dass die Spieler ihre Strategien simultan wählen. Könnte Spieler 1 seine Strategie als erster wählen und wüsste er, dass 2 diese Entscheidung als gegeben hinnimmt, so würde die Spieltheorie vorhersagen, dass er Angriff$_1$ wählte und 2 mit Rückzug$_2$ reagierte, um die Katastrophe zu vermeiden, die mit dem Strategienpaar (Angriff$_1$, Angriff$_2$) verbunden ist. Dem entspräche das Auszahlungspaar (4,1). Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit der komplexen Entscheidungssituation in Abbildung 2 macht die große Bedeutung von Information in Spielen und in Kriegen deutlich: Information, über die man verfügt, aber jene, die man anderen Spielern gibt. Spionage ist ein ganz besonderes Spiel.

Die bisher diskutierten Resultate untermauern die folgenden drei Thesen über die Anwendung der Spieltheorie auf die Erklärung von Kriegen:

1. Der Krieg ist unberechenbar, aber (möglicherweise) sind Schlachten durch Anwendung der Spieltheorie berechenbar.
2. Die spieltheoretische Analyse kann die Komplexität von Entscheidungssituationen veranschaulichen und zeigen, warum sie nicht lösbar bzw. „berechenbar" sind. – Das gilt auch für den Krieg und Kriegshandlungen.
3. Spieltheorie hilft über strategische Entscheidungssituationen, wie sie der Krieg mit sich bringt, systematisch nachzudenken.

Anstatt diese Thesen Schritt für Schritt auszuarbeiten, möchte ich im Folgenden einen Überblick über die historische Entwicklung der Spieltheorie geben und dabei insbesondere auf das Wechselspiel von Krieg und Spiel als Anwendung, aber auch als Anregung und

[5] Im Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien in einem Zwei-Personen-Spiel mit jeweils zwei reinen Strategien, hängt die „Mischung" des Spielers 1 allein von den Auszahlungen des Spielers 2 und die des Spielers 2 allein von den Auszahlungen des Spielers 1 ab. Das führt zu paradoxen Reaktionen, wenn sich die Auszahlungen eines Spielers ändern. Vgl. Manfred J. Holler: The Unprofitability of Mixed-Strategy Equilibria in Two-Person Games: A Second Folk-Theorem, Economics Letters 32 (1990), S. 319-323; ders., Fighting Pollution When Decisions are Strategic, Public Choice 76 1993), S. 347-356.

Referenz eingehen. Gesellschaftsspiele sind vielfach die Stellvertreter von Schlachten und Kriegen.

4. Zwischen Krieg und Spiel: eine kurze Geschichte der Spieltheorie

Schon früh wurde der strategische Zusammenhang der Entscheidungen im Kriege erkannt und thematisiert. Der vielzitierte chinesische Militärstratege Sun Tzu schrieb sinngemäß: „Um einen Feind zu umzingeln, muss man eine Lücke lassen, durch die er entfliehen könnte."[6] Tu Mu, einer von Sun Tzus Kommentatoren des Neunten Jahrhunderts, fügte hinzu: „Zeig dem Feind, dass es noch einen Weg in die Sicherheit gibt, so dass er zur Überzeugung kommt, dass es eine Alternative zum sicheren Tod gibt. Und dann schlage zu."[7] Wir wissen nicht, wann Sun Tzu lebte und ob er überhaupt lebte. Wenn aber doch, dann lebte er höchstwahrscheinlich in der Zeit der Streitenden Reiche (453-221 B.C.).[8]

Die Empfehlung „Und dann schlage zu" ist eine rationale Folgerung. Eine von der Umzingelung bedrohte Armee sollte dies erkennen und deshalb nicht fliehen, sondern um ihr Leben kämpfen. Tu Mu hat eine entsprechende Empfehlung für den Kommandeur einer umzingelten Armee: „Wenn der Feind eine Lücke öffnet und dadurch meine Truppen dazu bewegen will, die Flucht zu ergreifen, so versuche ich, diese Lücke zu schließen, so dass die Truppen und Offiziere um ihr Leben kämpfen müssen."[9] Nur dann besteht noch eine Chance, dass der Feind ablässt, weil von den verzweifelt Kämpfenden eine zu große Gefahr droht und er selbst die Alternative hat, den weiteren Kampf zu vermeiden.

Eine sehr ähnliche Überlegung finden wir bei Niccolò Machiavelli: „Die Feldherren des Altertums kannten die Kräfte, die der Not entspringen, wohl und wußten, wie sehr diese in der Schlacht den Mut der Soldaten stählt. Daher taten sie alles, um die Soldaten in eine Zwangslage zu versetzen. Andererseits bemühten sie sich mit allen Kräften, den Feind einer solchen Zwangslage zu entheben. Sie ließen ihm häufig einen Ausweg offen, den sie verschließen konnten, und verschlossen ihren eigenen Soldaten einen Weg, den sie offen lassen konnten."[10]

Die Zitate aus Sun Tzu und Machiavelli sind erstaunlich übereinstimmend. Die Veröffentlichungsgeschichte schließt eigentlich aus, dass Machiavelli Sun Tzus Text kannte.

[6] Sun Tzu: The Art of War, Translated and With an Introduction by Samuel B. Griffith, London, Oxford, New York 1983, S. 109.
[7] Ebd., S.110.
[8] So Samuel B. Griffith in der Einleitung zu seiner Übersetzung des Sun Tzu-Textes; ebd., S. 1.
[9] Ebd., S. 133.
[10] Niccolò Machiavelli: Discorsi. Gedanken über Politik und Staatsführung, Stuttgart 2. Aufl. 1977, S. 323.

Aber ist die Übereinstimmung wirklich so erstaunlich? Beide Autoren haben sich intensiv mit dem Gegenstand auseinandergesetzt. Ihre Vorschläge basieren auf rationaler Argumentation, und diese ist letztlich dieselbe in China wie in Florenz.

Carl von Clausewitzs „Vom Kriege" wurde auf seinem Wunsch hin 1832 erst posthum von seiner Witwe veröffentlicht wurde. Für Clausewitz ist der Krieg „nichts als ein erweiterter Zweikampf", wie er im Ersten Kapitel des Ersten Buchs ausführt. Aber dieser Zweikampf hat verschiedene Elemente. Ein Element ist der Zufall, und dieser Zufall macht ihn nach Clausewitz zum Spiel. Er bestimmt die objektive Natur des Krieges: „Wir sehen…, wie sehr die objektive Natur des Krieges ihn zu einem Wahrscheinlichkeitskalkül macht; nun bedarf es nur noch eines einzigen Elementes, um ihn zum *Spiel* zu machen, und dieses Elementes entbehrt er gewiß nicht: es ist der *Zufall*. Es gibt keine menschliche Tätigkeit, welche mit dem Zufall so beständig und so allgemein in Berührung stände als der Krieg."[11] Der Zufall macht den Krieg aber nicht zum Spiel im spieltheoretischen Sinne. Es fehlt das Element der Interaktion bzw. Interdependenz der Entscheidungen. Aber auch die subjektive Natur des Krieges macht ihn nicht dazu. Für sie gilt: „Das Element, in welchem die kriegerische Tätigkeit sich bewegt, ist Gefahr; welche aber ist in der Gefahr die vornehmste aller Seelenkräfte? *Der Mut.* Nun kann zwar Mut sich wohl mit kluger Berechnung vertragen, aber sie sind doch Dinge von verschiedener Art, gehören verschiedenen Seelenkräften an; dagegen sind *Wagen, Vertrauen auf Glück, Kühnheit, Verwegenheit* nur Äußerungen des Mutes, und alle diese Richtungen der Seele suchen das Ungefähr, weil es ihr Element ist."[12] Bei solchen Vorstellungen über den Krieg ist es nicht verwunderlich, dass Clausewitz zum Schluss kommt, dass „das sogenannte Mathematische, in den Berechnungen der Kriegskunst nirgends einen festen Grund findet, und dass gleich von vornherein ein Spiel von Möglichkeiten, Wahrscheinlichkeiten, Glück und Unglück hineinkommt, welches in allen großen und kleinen Fäden seines Gewebes fortläuft und von allen Zweigen des menschlichen Tuns den Krieg dem Kartenspiel am nächsten stellt."[13]

Krieg als Spiel? In jedem Fall schien von Clausewitz, anders als später die RAND Corporation, wenig Hoffnung zu haben, dass die Mathematik Beiträge zum besseren Verständnis von Krieg und Frieden liefern könnte. Zwar wird bei Clausewitz die Interaktion der Entscheidungen, die wohl ein wesentliches Element rationaler Kriegsführung ist, (weit) weniger deutlich als bei Sun Tzu und Machiavelli – man ist fast versucht zu sagen, dass in

---

[11] Carl von Clausewitz: Vom Kriege, München 2000, S. 41.
[12] Ebd., S. 41.
[13] Ebd., S. 41f.

diesem Sinne Clausewitz ein Rückschritt ist –, aber interessant ist, dass er eine Entsprechung von Krieg und Kartenspiel sieht.

Am 7. Dezember 1926, drei Wochen vor seinem 23. Geburtstag, stellte von Neumann seine Überlegungen zur Theorie der Gesellschaftsspiele im Seminar von David Hilbert vor. Zu dieser Zeit galt Hilbert als einer der großen Mathematiker, und das von ihm angeregte Forschungsprogramm beschäftigte einige der größten mathematischen Geister seiner Zeit. Der Inhalt des von Neumannschen Vortrags wurde zwei Jahre später in den *Mathematischen Annalen* abgedruckt.[14] Diese Publikation gilt oft als erster Beitrag zur modernen Spieltheorie, als deren Grundsteinlegung. Zwar hat auch diese Arbeit ihre Vorläufer und Parallelentwicklungen, doch zum einen scheint sich von Neumann mit diesen nicht befasst zu haben, zum anderen war seine Arbeit bestimmend für die Sprache und den konzeptionellen Rahmen der heutigen Spieltheorie. So finden wir in diesem Beitrag die abstrakte Definition eines Spiels, allerdings bezogen auf Gesellschaftsspiele. Diese Definition schließt eine Definition der Strategie – noch als „Spielmethode“ bezeichnet – als Verhaltensplan ein, der auch die Wahl von Zufallszügen berücksichtigt. Entsprechend werden die Ergebnisse durch den Erwartungsnutzen bewertet, den die Spieler maximieren.[15] Daran anschließend analysiert von Neumann das Zwei-Personen-Nullsummenspiel in voller Ausführlichkeit, ehe er das Minimaxtheorem beweist: Das Maximum der Minima der Auszahlungen des einen Spielers ist (bei rationalem Verhalten beider Spieler) gleich dem Minimum der Maxima dieser Auszahlungen bezogen auf den anderen Spieler.

Von Neumanns Beweis ist umfangreich und nach heutigen Begriffen auch sehr umständlich. Eine wesentliche Voraussetzung ist die Konvexität der Strategiemengen und, damit verbunden, die Stetigkeit der Auszahlungsfunktion. Die Wahl von Zufallszügen und damit gemischter Strategien stellt diese sicher. Von Neumann kommentiert: „Das Zufallsabhängige („hazarde“, „statistische“) liegt so tief im Wesen des Spiels (wenn nicht im Wesen der Welt) begründet, daß es gar nicht erforderlich ist, es durch die Spielregel künstlich einzuführen: auch wenn in der formalen Spielregel davon keine Spur ist, bricht es sich selbst die Bahn.“[16] Hier zeigen sich Parallelen zu Clausewitzs Vorstellungen über die Natur des Krieges.

---

[14] J. von Neumann: Zur Theorie der Gesellschaftsspiele, *Mathematische Annalen* 100 (1928), S. 295-320. Es ist anzunehmen, dass hier das „J.“ für „Johann“ steht. Vgl. Fußnote 25.

[15] Ausgehend von der Realität der Gesellschaftsspiele spricht von Neumann von Erwartungswert und Zahlungen, und nicht vom Erwartungsnutzen. Seine Fußnote 4 macht deutlich, dass er sich hier nicht mit diesem Problem auseinandersetzen will.

[16] Ebd., S. 306.

In der Fußnote 9 zum Minimaxtheorem erwähnt von Neumann, dass ihm „während der endgültigen Abfassung“ seiner Arbeit „die Note von Herrn E. Borel in den Comptes rendus vom 10. Jan. 1927 (Sur les systèmes de formes linéares…et la théorie du jeu, S. 52-55) bekannt“ wurde.[17] „Borel formuliert die auf Bilinearformen bezügliche Frage für ein symmetrisches 2-Personen-Spiel und stellt fest, daß keine Beispiele für Max Min < Min Max bekannt sind.“ Von Neumann fügt hinzu: „Unser vorstehendes Resultat beantwortet seine Fragestellung.“[18]

Emile Borel (1871–1956) war ein herausragender Mathematiker, aber auch ein prominenter Politiker. Von 1924 bis 1936 war er Abgeordneter der Französischen Nationalversammlung, 1935 sogar Marineminister. Während des Zweiten Weltkriegs war er Mitglied der Resistance. Seine politische Vision aber war ein Vereintes Europa, und für diese Vision setzte er sich auch ein. Seine Beiträge zur Mathematik waren sehr vielfältig. Zusammen mit René-Louis Baire und seinem Schüler Henri Lebesgue entwickelte er die Maßtheorie und deren Anwendung auf die Wahrscheinlichkeitstheorie. Eines seiner Bücher zur Wahrscheinlichkeitstheorie enthält das Infinite-Monkey-Theorem. Dieses Theorem erreichte Kultstatus.

Zwischen 1921 und 1927 veröffentliche Borel mehrere theoretische Aufsätze über Spiele. Es scheint so, dass er der Erste war, der den strategischen Gehalt von Spielen formal herausarbeitete, “in which the winnings depend simultaneously on chance and the skill of the player.”[19] Allerdings spricht auch von Neumann beide Elemente an, aber er konzentriert sich auf den Zufall, der sich aus der Wahl gemischter Strategien ergibt. Auch Borel berücksichtigte gemischte Strategien. Nach Robert Leonard kam er sehr nahe, das Gleichgewicht in gemischten Strategien und seine etwas paradoxen Implikationen zu verstehen.[20] Aber er hatte keinen Beweis für die Existenz eines solchen Gleichgewichts. Den lieferte 1926 von Neumann in seinem Vortrag in Hilberts Seminar.

Angesichts der Parallelität der Entwicklung kann man sich aber doch fragen, wie ein Pionier der Spieltheorie mit den Ergebnissen des anderen umgeht. Es ist nicht bekannt, ob Borel Deutsch lesen konnte, aber von Neumann hatte den Ruf eines Sprachgenies, das sich in allen wichtigen europäischen Sprachen unterhalten konnte, klassisches Griechisch und Latein eingeschlossen. Im Mai 1928 informierte von Neumann Borel in einem Brief, dass er ein

[17] Ebd., S. 306.
[18] Ebd., S. 306.
[19] Borel zitiert nach Norfleet W. Rives, Jr.: On the history of the mathematical theory of games, History of Political Economy 7 (1975), S. 549-565, hier S. 559.
[20] Robert Leonard: Von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory: Chess to Social Sciences, 1900-1960, Cambridge et al. 2010, S. 60.

Theorem bewiesen habe, das eine Antwort darauf gibt, welche Strategien rationale Spieler in einem Zwei-Personen-Nullsummenspiel wählen sollten.[21]

Borel und von Neumann verfolgten die Strategie, möglichst wenig voneinander zu lesen oder zumindest diesen Eindruck nach außen zu erwecken. Das könnte vielleicht erklären, warum Borels Beitrag zur Spieltheorie heute kaum bekannt ist und in Lehrbüchern zur Spieltheorie in der Regel nicht erwähnt wird. Letzteres kann aber auch die Folge davon sein, dass der spieltheoretische Beitrag Borels von seinen anderen Leistungen und Erfolgen in den Schatten gestellt wurde. In der mathematischen Literatur finden wir die Borel-Mengen, das Borel-Maß, ein Borel-Paradoxon, ein Heine-Borel-Theorem und ein Borel-Cantelli-Lemma. Sogar ein Krater auf dem Mond wurde nach ihm benannt. Aber auch von Neumann ist der Öffentlichkeit nicht unbedingt zuerst wegen seiner Leistung zur Spieltheorie bekannt, sondern wegen seiner Beteiligung an der Entwicklung der Atombomben, die Hiroshima und Nagasaki zerstörten und zehntausende Opfer forderten, und dem Bau des ersten modernen Computers und der dabei entwickelten „von Neumann-Architektur."[22] Dieser Computer wurde unmittelbar zur Entwicklung der Wasserstoffbombe eingesetzt. Auch nach von Neumann wurde ein Mondkrater benannt.

Der Kalte Krieg war nicht nur „der Vater" der Wasserstoffbombe und des Computers, sondern auch der Entwicklung der Spieltheorie, soweit sich diese Entwicklung bei der RAND Corporation in Santa Monica oder in deren Umfeld abspielte. Die RAND Corporation wurde 1946 gegründet und im Wesentlichen von der US Air Force finanziert.[23] Von Neumann war ein regelmäßiger Gast dieser Institution. Sie beschäftigt bzw. beschäftigte so hervorragende Spieltheoretiker wie Lloyd Shapley, Merrill Flood und monatsweise auch John Nash. Flood gilt als Pionier der experimentellen Spieltheorie, und Shapley formulierte den von ihm kreierten Shapley-Wert, ein Lösungskonzept für kooperative Spiele mit n-Personen.

Blickt man nur auf die Zeitachse, so mag es seltsam erscheinen, dass die von Emile Borel und John von Neumann angestoßene Entwicklung einer modernen Spieltheorie von der wissenschaftlichen Öffentlichkeit kaum wahrgenommen wurde. Auch deshalb wird meist John von Neumanns und Oskar Morgensterns *Theory of Games and Economic Behavior*

---

[21] Ebd., S. 62.

[22] Vgl. Jim Holt: How the Computers Exploded (Besprechung von „George Dyson, Turing's Cathedral: The Origin of the Digital Universe"), New York Review of Books 59 (June 7 – 20, 2012), S. 32-34. Dyson argumentiert ziemlich überzeugend, dass die Grundidee dieses Computers nicht von von Neumann stammt, sondern von dem Briten Alan Turing, der 1936 nach Princeton kam, um dort zu promovieren.

[23] Eine ausführlich Darstellung über die RAND Corporation findet sich in Robert Leonard: Von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory: Chess to Social Sciences, 1900-1960, Cambridge et al. 2010, S. 299-304

(TGEB) von 1944 als Grundsteinlegung der modernen Spieltheorie gesehen.[24] In kürzester Zeit erschien eine Reihe von euphorischen Besprechungen dieses Buches, die sich überwiegend durch einen erheblichen Umfang und die Prominenz ihrer Autoren auszeichneten. In seiner Einführung zur *Commemorative Edition* von 2004 zählt Harald Kuhn u. a. Besprechungen von Herbert Simon, Arthur Copeland, Leonid Hurwicz, Jacob Marschak und Richard Stone auf.[25] Umso erstaunlicher scheint es, dass das Buch zwar berühmt, aber nicht bestimmend für die Weiterentwicklung der Spieltheorie wurde, wie Harold Kuhn in seiner Einführung deutlich macht.[26] Lag dies daran, dass sich von Neumann nach Erscheinen des Buches nicht mehr mit Spieltheorie befasste und sich Morgenstern (wieder) verstärkt ökonomischen Fragestellungen zuwandte? Oder lag es daran, dass ihr Buch eine Spieltheorie vorstellte, die weder zur Anwendung, noch zur theoretischen Weiterführung anregte? Lag es an den Autoren selbst, die nicht bereit waren, die Spieltheorie über den durch das Nullsummenspiel gesetzten Horizont auszubauen?

Hier ist nicht der Raum für ausführliche Lebensläufe der Autoren, und doch trägt wohl von Neumanns Kindheit, Ausbildung und wissenschaftlicher Werdegang in besonderer Weise dazu bei, einen Zusammenhang von Krieg, Spiele und Spieltheorie zu sehen.[27] Er wurde 1903 als ältester von drei Söhnen eines wohlhabenden ungarisch-jüdischen Juristen und Bankiers in Budapest als Neumann János Lajos geboren. Sein Vater Max Neumann erwarb 1913 den ungarischen Adelstitel Margittai, verwandte ihn aber selbst nicht. Aus Neumann János Lajos wurde das deutsch-österreichische Äquivalent Johann von Neumann, das in den Vereinigten Staaten zu John von Neumann "mutierte". Der sechsjährige János Neumann konnte bereits eine achtstellige Zahl durch eine achtstellige Zahl teilen, und zwar im Kopf. Er konnte auch Seiten des Budapester Telefonbuchs in wenigen Minuten auswendig lernen. Mit zwölf Jahren beherrschte er Borels „Théorie des Fonctions". 1922 publizierte er seine erste mathematische Arbeit, die er zusammen mit Mihály Fekete verfasste, einem jener äußerst kompetenten Mathematiklehrer, die ihm halfen, sein Talent zu entfalten. Als er sich 1921 an der Universität

[24] Im Folgenden wird die TGEB zitiert nach John von Neumann und Oskar Morgenstern: Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten, unter Mitwirkung von F. Docquier hrsg. von F. Sommer. Übersetzt von M. Leppig. (Übersetzung von *Theory of Games and Economic Behavior* nach der 3. Aufl. von 1953), Würzburg 1961.
[25] Harold W. Kuhn: Introduction to 'Theory of Games and Economic Behavior (Commemorative Edition) John von Neumann & Oskar Morgenstern, Princeton 2004.
[26] So auch Werner Güth und Hartmut Kliemt: Langzeiteffekte der 'Theory of Games and Economic Behavior', in: James M. Buchanan, Werner Güth, Hartmut Kliemt, Gerhard Schwödiauer und Reinhard Selten (Hg.), John von Neumanns und Oskar Morgensterns 'Theory of Games and Economic Behavior', Düsseldorf 2001, S. 111-151.
[27] Einige Abschnitte des nachfolgende Portraits von John von Neumann wurden mit Zustimmung des Verlags C.H. Beck aus Manfred J. Holler: John von Neumann und Oskar Morgenstern, in: Heinz D. Kurz (Hg.), Klassiker des ökonomischen Denkens, Band 2, München 2009, S. 250-267, entnommen. Eine wesentliche Quelle ist Oskar Morgenstern: Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft, Wien und München: 1963, S. 193-100.

von Budapest für das Studium der Mathematik einschrieb, war er bereits so weit fortgeschritten, dass er keine Lehrveranstaltungen besuchen musste. In den folgenden Jahren studierte er in Berlin und Zürich Chemie. 1925 (oder 1926) schloss er dieses Studium mit dem Diplom ab. Ein Jahr später promovierte er in Mathematik mit einer Arbeit zur Mengenlehre. 1927 habilitierte er sich in Berlin. Im Jahr 1930 wurde ihm von der Princeton University eine Professur für mathematische Physik angeboten, die er auch akzeptierte. Die Position sollte im halbjährlichen Wechsel zwischen ihm und dem späteren Nobelpreisträger Eugene Paul Wigner wahrgenommen werden, einem Physiker und Schulfreund von Neumanns aus Budapest. So lehrte von Neumann bis 1933 in Princeton und Berlin.

Als 1933 das Institute for Advanced Study in Princeton gegründet wurde, wurde er dort zum Professor für Mathematik berufen. Albert Einstein und später Kurt Gödel wurden seine Kollegen. Ab 1943 arbeitete er am Manhattan-Projekt mit, das die Entwicklung der Atombombe in Los Alamos betreute. Ende 1954 wurde er zum Mitglied der United States Atomic Energy Commission ernannt. 1956 erhielt er die „Medal of Freedom“, die höchste Auszeichnung, die der amerikanische Präsident verleihen kann. 1957 starb er an Knochenkrebs. Dieser war möglicherweise eine Spätfolge der Strahlung, der er sich bei den Atomtests in Los Alamos ausgesetzt hatte. Sein nahezu leidenschaftliches Interesse an der Atombombe, und später auch der Wasserstoffbombe, illustriert seine politische Einstellung und sein Engagement im Kalten Krieg.

Als Mathematiker war er äußerst vielseitig und kreativ, und zwar sowohl in Bezug auf fundamentale Fragen der reinen Mathematik, wie sie sich z. B. aus dem Hilbert Programm ergaben, als auch in Bezug auf Anwendungen. In die zweite Kategorie fallen seine Beiträge zur Entwicklung des Computers. 1944/45 entwarf er „die grundlegenden Methoden der Übersetzung mathematischer Prozeduren in die Maschinensprache des Computers.“[28] Ferner formulierte er eine Axiomatik der Mengentheorie und „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“[29] und eine Theorie des ökonomischen Wachstums.[30]

[28] Gerhard Schwödiauer: Die Entstehungsgeschichte der ‘Theory of Games and Economic Behavior’, in: James M. Buchanan, Werner Güth, Hartmut Kliemt, Gerhard Schwödiauer und Reinhard Selten (Hg.), John von Neumanns und Oskar Morgensterns 'Theory of Games and Economic Behavior', Düsseldorf 2001, S. 51-79, hier S. 64. Aber vgl. Anm. xx

[29] J. von Neumann: Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. Springer, Berlin 1932.

[30] J. von Neumann: Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes, in: Karl Menger (Hg.), Ergebnisse eines Mathematischen Seminars, Band 8, Wien 1937, S. 73-83.

Als eine der größten Leistungen von Neumanns sah Morgenstern die Entwicklung der Spieltheorie an[31] – vielleicht, weil er selbst dabei mitwirkte, vielleicht aber auch, weil sie die Beantwortung von Fragen ermöglichte, die ihn über Jahrzehnte beschäftigten. In diesem Zusammenhang ist es interessant zu sehen, wie Morgenstern seinen Koautor beurteilte: "Sein Geist war so einzigartig, dass sich viele fragten – und auch sie waren hervorragende Wissenschaftler – ob er nicht eine neue Phase der Entwicklung des menschlichen Geistes darstellte .... Sein Gedächtnis ließ ihn nie im Stich; er hatte nicht nur den fabelhaften Reichtum seiner wissenschaftlichen Kenntnis sofort bereit, sondern auch die Früchte seines allgemeinen Literaturstudiums waren jederzeit zur Hand, ob es sich um die Einzelheiten der Verhandlungen im Prozeß Johanna von Orleans handelte, den verzweigten Stammbaum der byzantinischen Kaiser oder die Schlachtenbeschreibungen von Thucydides."[32]

Weniger euphorisch sieht Smithies von Neumanns Persönlichkeit und Denkkapazität: „... he sometimes began from fixed premises, which he carried to their logical conclusions; the tentative and shifting employment of several sets of doubtful hypotheses, balanced against one another in an almost intuitive fashion, was foreign to his nature. Thus he conceived of war as being invariably total."[33] Als Mitglied des US-amerikanischen *Target Commitee* plädierte von Neumann für den Abwurf der Atombombe, und zwar auf Kyoto anstatt auf Hiroshima und Nagasaki. Er setzte sich auch für einen Atomschlag gegen die Sowjetunion ein, um zu verhindern, dass diese eine Atombombe entwickelt. (Dies entsprach einer sequentiellen Interpretation des Chicken-Spiels, wie sie oben diskutiert wurde.) Jedoch war ihm das Hineindenken in den anderen ziemlich fremd, wie viele Episoden aus seinem Leben nahelegen. Er konnte den anderen entweder als Feind sehen, und die Situation als Nullsummenspiel verstehen, oder alternativ als Mitstreiter (und Koalitionspartner), der sich durch bedingungslose Treue auszeichnet. Das könnte die zentrale Stellung des Nullsummenspiels in der TGEB erklären. Insofern war das Gleichgewichtskonzept von John Nash nahezu ein Affront: Es ist allgemeiner als die Maximinlösung, die dem Minimaxtheorem entspricht.

In seiner Doktorarbeit bewies Nash (1928–2015), dass jedes endliche Spiel mindestens ein Gleichgewicht hat, dass sich dadurch auszeichnet, dass jeder Spieler eine „beste Strategie" wählt, gegeben die Strategien der anderen Spieler. Mit der Formulierung

---

[31]Oskar Morgenstern: Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft, Wien und München: 1963, S.198. Von Neumann selbst bezeichnete seine Arbeiten zur Quantenmechanik sowie jene zur Ergodentheorie als seine wichtigsten Beiträge. Vgl. Schwödiauer: Die Entstehungsgeschichte S. 59 (s. Anm. xx).
[32]Oskar Morgenstern: Spieltheorie und Wirtschaftswissenschaft, Wien und München: 1963, S. 200.
[33] Frank Smithies: John von Neumann, Journal of the London Mathematical Society 34 (1959), S. 373-384, hier S. 383.

dieses Gleichgewichtskonzepts hat Nash die traditionellen ökonomischen Gleichgewichtskonzepte von Cournot, Walras und von Stackelberg verallgemeinert. Offensichtlich ist Nashs Konzept nicht auf zwei Spieler und auf Nullsummenspiele beschränkt. Allerdings ist die Zahl der reinen Strategien, über die jeder der Spieler verfügt, als beschränkt unterstellt, sonst wäre das Spiel nicht endlich. Das heißt nicht, dass Spiele, die diese Bedingung nicht erfüllen, kein Gleichgewicht haben können. Aber es ist eben nicht gesichert, dass sie ein solches besitzen.

Nash hat den Beweis seines zentralen Ergebnisses in zwei Schriften publiziert: 1950 in den *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*[34] und 1951 in den *Annals of Mathematics*.[35] Der Beitrag in den *Proceedings* umfasst nur eine Seite. Hier liefert Nash mit Hilfe von Kakutanis Fixpunkttheorem einen Beweis für die Existenz des Gleichgewichts. In der etwas umfangreicheren Veröffentlichung in den *Annals* wendet er Brouwers Fixtheorem an und bewies damit die Existenz eines Gleichgewichts für endliche Spiele. Dieses Resultat, zusammen mit den Verfeinerungen des Gleichgewichts durch Selten (Teilspielperfektheit und Trembling Hand-Gleichgwicht) und Harsanyi (Modellierung unvollkommener Information), löste eine Welle von Beiträgen insbesondere in der Ökonomie aus. Das menschliche Zusammenleben scheint kein Nullsummenspiel zu sein. Es war keine Überraschung, dass die Drei – John Nash, Reinhard Selten und John Harsanyi – 1994 gemeinsam den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften erhielten.[36] Man hatte lange auf einen Nobelpreis für Spieltheoretiker warten müssen. Warum? In Ron Howards Verfilmung von Nashs Leben, *A Beautiful Mind*, kann man eine Antwort finden.

[34] John F. Nash: Equilibrium Points in N-Person Games, Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA 36 (1950), S. 48-49.
[35]Ders.: Non-cooperative Games, Annals of Mathematics 54 (1951), S. 128-140.
[36] Dazu Manfred J. Holler: Wirtschaft als Spiel oder Spiel der Wirtschaft? Anmerkungen zum Nobelpreis 1994, Wirtschaftsdienst 12 (1994), S. 646-652.